## ЛЕКЦИЯ 7
## МАГНЕТИЗМ

### 7.1 Магнитное поле и его свойства

Опыт показывает, что, подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. Название "магнитное поле" связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием поля, создаваемого током. Это явление впервые обнаружено датским физиком Х.Эрстедом (1777 -1851).

Основное свойство магнитного поля заключается в том, что на проводники с током или постоянные магниты, находящиеся в нём, действуют силы. Чем отличается магнитное взаимодействие от электрического?

Магнитное взаимодействие не зависит от зарядов проводников, возникает только при наличии тока в проводниках и зависит от этих токов. Если заэкранировать проводящей оболочкой один из контуров с током, то магнитное взаимодействие сохраняется, в то время как на заряженное тело, находящееся внутри замкнутой металлической оболочки, действия других зарядов не наблюдается.

Электрическое поле создаётся как покоящимися, так и движущимися зарядами и действует как на покоящиеся, так и на движущиеся в нем электрические заряды. **Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно создаётся только движущимися зарядами и действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды.**

Характер воздействия поля на ток зависит от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводников и от направления тока.

Основной силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции $\vec{B}$. Физический смысл этого вектора будет рассмотрен позже, а сейчас остановимся на некоторых способах определения направления $\vec{B}$. Условились считать, что направление $\vec{B}$ магнитного поля в любой точке совпадает с направлением силы, которая действует на северный полюс бесконечно малой магнитной стрелки, помещенной в эту точку.

При исследовании магнитного поля используется также замкнутый плоский контур с током (рамка с током), размеры которого малы по сравнению с расстояниями до токов, образующих магнитное поле.

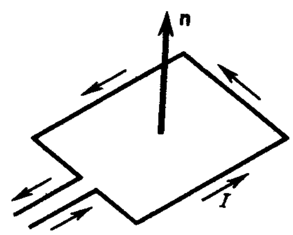

Рисунок 4.1

Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током правилом правого винта, т.е. за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке. Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие. За направление $\vec{B}$

магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке с током (рисунок 4.1).

Правило правой руки: Если мысленно обхватить провод с током правой рукой так, чтобы большой палец показывал направление тока, то согнутые пальцы (обхватывающие провод) покажут направление поля.

Так как магнитное поле является силовым, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции (силовых линий). Это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$ в этой точке. Их направление задаётся правилом правого винта. Для прямолинейного тока: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции. Для кругового тока: если поступательное движение винта совпадает с направлением тока, то направление вращения его головки указывает направление силовых линий.

**Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током** (рисунок 4.2**).** Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые имеют начало – положительные заряды, и конец – отрицательные заряды, т.е. являются разомкнутыми. Замкнутость силовых линий магнитного поля говорит о том, что **магнитное поле является вихревым** (сравнить: электрическое поле – потенциальное). Это фундаментальное свойство магнитного поля, проявление того, что **свободных магнитных зарядов в природе не существует.**

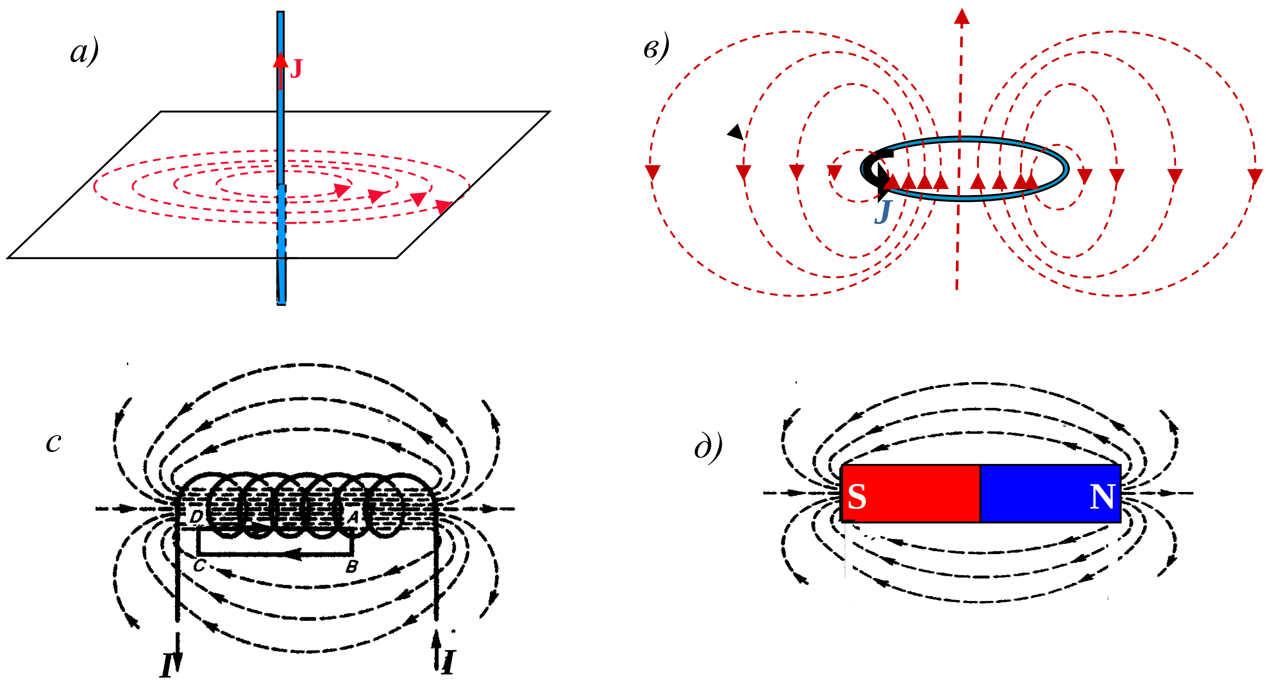


Рисунок 4.2
Силовые линии магнитного поля: *а*) прямолинейного тока;
*б*) кругового тока; *с*) соленоида с током; *д*) полосового магнита.

Линии индукции магнитного поля, также как и электрического, нигде не пересекаются. Подобно линиям напряжённости электрического поля, линии индукции магнитного поля прочерчиваются с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярной к ним, было равно (или пропорционально) индукции магнитного поля в данном месте. Поэтому, изображая линии индукции, можно наглядно представить, как меняется в пространстве индукция магнитного поля по модулю и направлению.

Магнитное поле, в котором вектор В всюду имеет одно и то же значение и одинаковое направление, называется однородным. В таком поле линии $\vec{B}$ представляют собой параллельные прямые.

Аналогия магнитных полей катушки с током и полосового магнита (рисунок 2 (*с*) и (*д*)) позволили французскому физику А.Амперу (1775 - 1836) предположить, что в любом теле существуют круговые микроскопические токи. Позже было установлено, что эти микротоки обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Микроскопические молекулярные токи создают своё магнитное поле и могут поворачиваться в магнитном поле макротоков.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, т.е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор $\vec{B}$ в различных средах будет иметь различные значения.

Магнитное поле макротоков описывается вектором напряженности $\vec{H}$. Для однородной изотропной среды

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \tag{4.1}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Гн/м - магнитная постоянная; $\mu$ - магнитная проницаемость среды ( безразмерная величина), показывающая во сколько раз магнитное поле макротоков Н изменяется за счет поля микротоков среды. Другими словами, магнитная проницаемость среды $\mu$ показывает, во сколько раз поле в среде отличается от поля в вакууме.

## 7.2 Закон Био-Савара-Лапласа

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж.Био (1774-1862) и Ф.Саваром (1791-1841). Результаты этих опытов были обобщены французским математиком П.Лапласом, который предположил, что для магнитного поля, так же как и электрического, справедлив принцип суперпозиции: поле $\vec{B}$, порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей $\vec{B}$, порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности.

Закон Био-Савара-Лапласа для проводника с током I, элемент которого d $\vec{l}$ создает в некоторой точке А индукцию поля d$\vec{B}$, записывается в виде:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\ \frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}, \qquad (4.2)$$

где $d\vec{l}$ - вектор, по модулю равный длине элемента проводника и совпадающий по направлению с током; $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из элемента $d\vec{l}$ проводника в точку А поля, в которой определяется $d\vec{B}$, r – модуль радиуса-вектора. Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т.е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции (правило буравчика), рис 4.3.

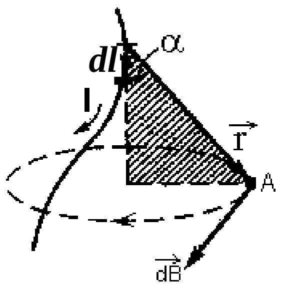


Рисунок 4.3

Модуль вектора $d\vec{B}$:

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\ \frac{Idl}{r^2}\sin\alpha. \qquad (4.3)$$

Закон Био-Савара-Лапласа для вектора напряжённости магнитного поля, согласно формуле (4.1), имеет вид:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\ \frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}, \qquad (4.4)$$

$$dH = \frac{1}{4\pi}\ \frac{Idl}{r^2}\sin\alpha. \qquad (4.5)$$

Единицей вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ в СИ является Тесла (Тл):

1 Тл = 1 Н/(А· м).

Единица вектора напряжённости магнитного поля $\vec{H}$ - Ампер/метр (А/м).

Величина магнитного поля, создаваемого проводником произвольной длины, согласно принципу суперпозиции, определится как векторная сумма магнитных полей, создаваемых элементами *dl* проводника с током:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

$$\vec{H} = \int d\vec{H} \qquad (4.6)$$

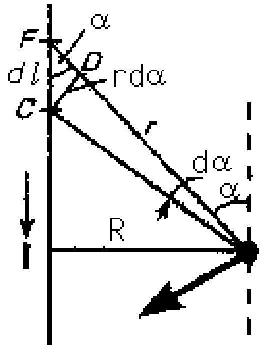


Рисунок 4.4

## 7.3 Магнитное поле прямого тока

В качестве примера применения закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции к расчёту магнитных полей рассмотрим магнитное поле прямого тока – тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины. В произвольной точке А, удаленной от оси проводника на расстояние R, векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа “к нам”, (см. рис. 4.4). Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве переменной интегрирования выберем угол α, выразив через него все остальные величины.

$$r = \frac{R}{\sin\alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha}; \quad dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R}\sin\alpha d\alpha;$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R}\int_0^{\pi}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu \mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{R}.$$

$$B = \frac{\mu \mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{R}; \qquad (4.7)$$

$$H = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2I}{R} \qquad (4.8)$$

## 7.4 Закон Ампера

В 1820 г Андре Ампер установил выражение для силы, действующей на отдельный элемент тока. Он установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника с током $d\vec{l}$, находящийся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, равна:

$$d\vec{F} = I\,[d\vec{l}, \vec{B}] \qquad (4.9)$$

Если вектор $\vec{B}$ параллелен току, то магнитное поле не оказывает никакого действия на ток. Формула (9) получила название закона Ампера. Модуль силы Ампера

$$dF = IBdl\sin\alpha, \qquad (4.10)$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Ампера находится по правилу векторного произведения (правого винта): $d\vec{F}$ перпендикулярен плоскости векторов $d\vec{l}$ и $\vec{B}$, и направлен так, что, если головку винта вращать от вектора $d\vec{l}$ к вектору $\vec{B}$, то поступательное движение винта укажет направление $\vec{F}$ (рис.4.5).

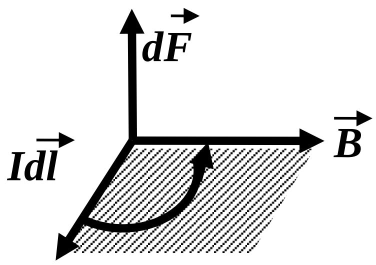

Рисунок 4.5

Можно также воспользоваться правилом левой руки: если левую руку расположить так, чтобы

перпендикулярная к проводнику составляющая вектора магнитной индукции $\vec{B}$ входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по направлению тока, то отогнутый на $90^0$ большой палец покажет направление силы, действующей на отрезок проводника.

Для прямолинейного проводника с током в однородном магнитном поле закон Ампера примет вид:

$$F = IBl \sin\alpha \qquad (4.11)$$

Закон Ампера позволяет определить физический смысл вектора $\vec{B}$:

$$B = \frac{dF}{Idl \sin\alpha} \qquad (4.12)$$

Из формулы (4.12) следует: **вектор индукции магнитного поля это физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу длины перпендикулярного полю проводника с током 1А.**

### 7.5 Рамка с током в магнитном поле

Рамкой с током можно воспользоваться не только для определения направления $\vec{B}$, но и для количественного описания магнитного поля.

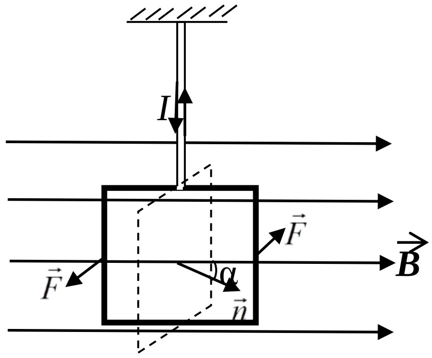

Рисунок 4.6

Рассмотрим рамку с током $I$ в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. В начальном положении нормаль к плоскости рамки $\vec{n}$ перпендикулярна $\vec{B}$ (рисунок 4.6). На рамку с током в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент $\vec{M}$ зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \qquad (4.13)$$

или по модулю

$$M = p_m B \sin\alpha\ , \qquad (4.14)$$

где B - вектор магнитной индукции, являющийся количественной характеристикой магнитного поля, $\vec{p}_m$ - вектор магнитного момента рамки с током. Для плоского контура с током:

$$\vec{p}_m = I\,S\,\vec{n}\,, \qquad (4.15)$$

где S - площадь поверхности контура ( рамки), $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к рамке. Направление $\vec{p}_m$ совпадает с направлением положительной нормали к контуру.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение $M_{max}/p_m$ ( $M_{max}$ - максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля. Согласно выражению (4.14), при $p_m \perp B$ $M_{max} = p_m B$ и

$$B = M_{max}/p_m.$$

Таким образом, физический смысл вектора индукции магнитного поля можно определить следующим образом:

**магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля это физическая величина, численно равная вращающему моменту, действующему на рамку с единичным магнитным моментом, ориентированным перпендикулярно к направлению поля.**

## 7.6 Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле.

Силу, действующую со стороны магнитного поля на заряженную частицу, движущуюся со скоростью $v$, называют силой Лоренца ( в честь голландского физика), она вычисляется по формуле:

$$\vec{F}_л = q[\vec{v}\vec{B}]\,, \qquad (4.16)$$

модуль силы Лоренца:

$$F_л = |q| vB\sin\alpha. \qquad (4.17)$$

Направление силы Лоренца находится с помощью правила буравчика, т.е.


Рисунок 4.7

правила векторного произведения (см. п.7.4), с учётом знака заряда: $\vec{F}_л$ перпендикулярна плоскости векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ и:

1) $\vec{F}_л \uparrow\uparrow [\vec{\upsilon}\vec{B}]$, если q > 0 (рисунок 4.7 *а*);

2) $\vec{F}_л \uparrow\uparrow [\vec{B}\vec{\upsilon}]$, если q < 0 (рисунок 4.7 *в*).

Формула (4.17) позволяет дать ещё одно определение физического смысла вектора индукции магнитного поля:

$$B = \frac{F_л}{|q|\upsilon \sin\alpha}. \tag{4.18}$$

Согласно этому выражению: **вектор индукции магнитного поля – физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный заряд, движущийся перпендикулярно полю с единичной скоростью.**

Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то она не совершает работу. Это означает, что сила Лоренца не меняет кинетическую энергию частицы и, следовательно, модуль ее скорости. Под действием силы Лоренца меняется лишь направление движения частицы, т.е. сила Лоренца играет роль центростремительной силы.

Из формулы (4.17) следует, что величина силы Лоренца зависит от угла α между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Проанализируем эту зависимость.

1) Если заряженная частица влетает в магнитное поле вдоль силовых линий ($\vec{\upsilon} \uparrow\uparrow \vec{B}$), то $F_л = 0$, и заряд движется по инерции, т.е. прямолинейно и равномерно.

2) Если частица влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору индукции ($\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$), то $F_л = const$ и принимает максимальное значение:

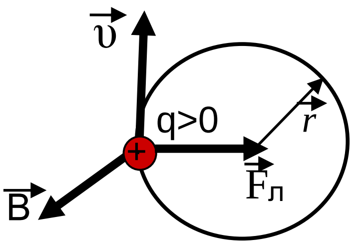


Рисунок 4.8

$$F_л = |q|vB$$

и

При этом $F_л$ равна центростремительной силе

частица равномерно движется по окружности радиуса *r* (рисунок 4.8):

$$F_л = F_{цс}, \quad |q|vB = mv^2/r \qquad (4.19)$$

Из формулы (4.19) можно получить выражение для расчёта радиуса траектории движения заряда:

$$r = mv/qB. \qquad (4.20)$$

Из формулы (4.20) следует, что при увеличении скорости частицы увеличивается и радиус окружности, которую она описывает в магнитном поле.

Период вращения заряда это время, в течение которого заряженная частица описывает полную окружность, т.е. проходит путь $2\pi r$:

$$T = 2\pi r/v$$

Так как из формулы (4.20) $v = B{\cdot}q{\cdot}r\,/\,m$, то получаем:

$$T = \frac{2\pi rm}{Bqr} = \frac{2\pi m}{qB}. \qquad (4.21)$$

Из этой формулы видно, что период не зависит от радиуса окружности, описываемой заряженной частицей.

3) Если заряд влетает в магнитное поле под углом $0 < \alpha < 90^o$, то скорость заряда можно разложить на две составляющие, одна из которых $\upsilon_{||}$ направлена вдоль поля, другая - $\upsilon_{\perp}$ - направлена перпендикулярно полю. При движении вдоль поля $F_л = 0$, следовательно, наличие составляющей скорости $\upsilon_{||}$ вызывает равномерное движение заряда вдоль поля. Благодаря составляющей скорости $\upsilon_{\perp}$, заряд движется под действием силы Лоренца по окружности. Таким образом, **траектория результирующего движения заряда в магнитном поле в случае $0 < \alpha < 90^o$ представляет собой винтовую линию.**

Если на движущийся электрический заряд кроме магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ действует и электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[v\vec{B}] \qquad (4.22)$$

Это выражение называется формулой Лоренца.

## 7.7 Эффект Холла

Эффектом Холла - называют возникновение в металле (или полупроводнике) с током, помещенном в магнитное поле, электрического поля в направлении перпендикулярном магнитному полю и направлению тока.

Поместим металлическую пластинку с током, плотность которого j, в магнитное поле B, перпендикулярное j (рис.4.9). При данном направлении j скорость носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность $E_B$ этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

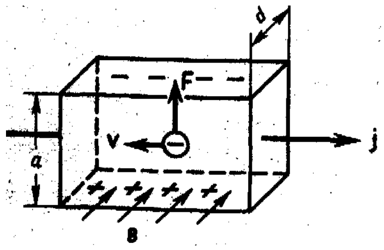

Рисунок 4.9

$$eE_B = e\Delta\varphi / a = e\upsilon B, \qquad \text{или} \qquad \Delta\varphi = \upsilon Ba,$$

где $a$ - ширина пластинки, $\Delta\varphi$ — *поперечная (холловская) разность потенциалов.* Учитывая, что сила тока выражается соотношением:

$$I = j\,S = n\,e\,\upsilon\,S,$$

где $S$ — площадь поперечного сечения пластинки толщиной $d$, $n$ — концентрация электронов, $\upsilon$ — средняя скорость упорядоченного движения электронов, для холловской разности потенциалов получим:

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nead}Ba = \frac{1}{en}\cdot\frac{IB}{d} = R\frac{IB}{d} \qquad (4.23)$$

Холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции *B,* силе тока *I* и обратно пропорциональна толщине пластинки *a.* В формуле R = 1/en постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно: определить концентрацию носителей тока в проводнике, судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока. Он также применяется в измерительной технике (датчики Холла), для умножения постоянного тока в аналоговых вычислительных машинах.

### 7.8 Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля введем циркуляцию вектора магнитной индукции. Циркуляцией вектора $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру $L$ называется интеграл:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl,$$

где $d\vec{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $B_l = B\cos\alpha$ — составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), $\alpha$— угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

**Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$):** *циркуляция вектора индукции магнитного поля по произвольному замкнутому контуру в вакууме равна произведению магнитной постоянной $\mu_0$ на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром*:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k \qquad (4.24)$$

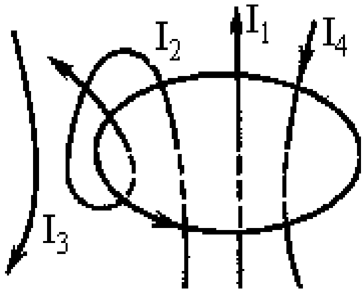

Рисунок 4.10

где $n$ — число проводников с токами, охватываемых контуром $L$ произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис. 4.10, будем иметь:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4$$

Выражение (4.24) справедливо только *для поля в вакууме,* поскольку, как будет показано ниже, для поля в веществе необходимо учитывать ещё и молекулярные токи.

Продемонстрируем справедливость теоремы о циркуляции вектора $B$ на примере магнитного поля прямого тока I, перпендикулярного плоскости чертежа и направленного к вам (рис. 4.11). Представим себе замкнутый контур в виде окружности радиуса r. В каждой точке этого контура вектор $\vec{B}$ одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности (она является и линией магнитной индукции). Следовательно, циркуляция вектора $\vec{B}$ равна:

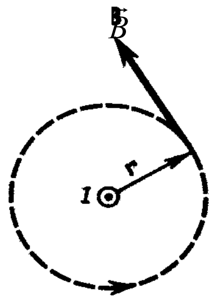


Рисунок 4.11

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \oint_L Bdl = B\oint_L dl = B\cdot 2\pi r$$

Согласно теореме о циркуляции магнитного поля в вакууме имеем:

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad \text{и} \quad B = \mu_0 I / 2\pi r \qquad (4.25)$$

Таким образом, исходя из теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$, получили выражение для магнитной индукции поля прямого тока, выведенное ранее.

Сравнивая выражения для циркуляции векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$, видим, что между ними существует *принципиальное различие.* Циркуляция вектора $\vec{E}$ электростатического поля всегда равна нулю, т. е. электростатическое поле является *потенциальным.* Циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитного поля не равна нулю. Это необходимое и достаточное условие *вихревого* характера поля.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, т.е. позволяет значительно упростить расчёт магнитных полей симметрично расположенных токов, не применения закона Био-Савара-Лапласа, который зачастую приводит к сложным расчётам.

### 7.8.1 Магнитные поля соленоида и тороида

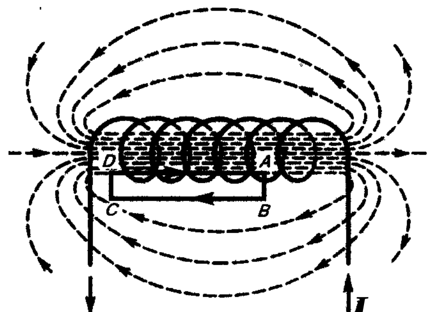


Рисунок 4.12

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной $l$, имеющий N витков, по которому течет ток $I$ (рис.4.12). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т. е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный. Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида — неоднородным и очень слабым. На рисунке 4.12 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне его. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь. Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ выберем замкнутый прямоугольный контур ABCDA как показано на рисунке 4.12. Циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру *ABCDA,* охватывающему все *N* витков, по закону полного тока равна:

$$\oint_{ABCDA} B_l dl = \mu_0 NI$$

Интеграл по контуру *ABCDA* можно представить в виде суммы четырех интегралов: по *AB, BC, CD* и *DA.* На участках *AB* и *CD* контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_l$ =0.На участке вне соленоида *B*=0. На участке *DA* циркуляция вектора $\vec{B}$ равна *Bl* (контур совпадает с линией магнитной индукции); следовательно:

$$\oint_{ABCDA} B_l dl = \oint_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI \qquad (4.26)$$

Из формулы (4.26) приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \mu_0 NI / l = \mu_0 nI, \qquad (4.27)$$

где *n* – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Напряжённость поля внутри соленоида, согласно формуле (4.1), определится по формуле:

$$H = nI \qquad (4.28)$$

Для поля в магнетике с магнитной проницаемостью $\mu$ индукция магнитного поля:

$$B = \mu_0 \mu nI. \qquad (4.29)$$

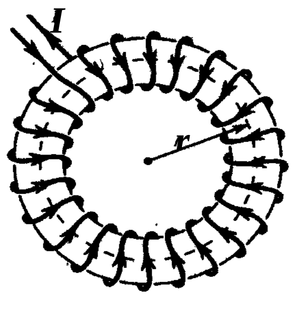

Рисунок 4.13

Получили, что поле внутри соленоида *однородно* (краевыми эффектами в областях, прилегающих к торцам соленоида, при расчетах пренебрегают). Однако отметим, что вывод формулы (4.27) не совсем корректен: линии магнитной индукции замкнуты; интеграл по внешнему участку магнитного поля строго нулю не равен 0. Корректно рассчитать поле внутри соленоида можно, применяя закон Био - Савара – Лапласа. В результате получится та же формула (4.27).

Важное значение для практики имеет также магнитное поле тороида — кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 4.13). Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида,  вне его поле отсутствует.

Линии магнитной индукции в данном случае, как следует из соображений симметрии, есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса r. Тогда, по теореме о циркуляции вектора $\vec{B}$:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI ,$$

откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида в вакууме:

$$B = \mu_0 NI / 2\pi r = \mu_0 nI , \qquad (4.30)$$

где $N$— число витков тороида, $n$ – число витков, приходящихся на единицу длины тороида.  Формула (4.30) совпадает с формулой (4.29).

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B \cdot 2\pi r = 0$. Это означает, что поле вне тороида отсутствует, что показывает и опыт.

### 7.9  Магнитный поток

Рассмотрим однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.  Представим себе в таком поле площадку dS, нормаль к которой $\vec{n}$ составляет угол α с линиями вектора $\vec{B}$ (рисунок 4.14). Элементарным потоком вектора магнитной индукции через площадку dS называется скалярная физическая величина dΦ, определяемая формулой:

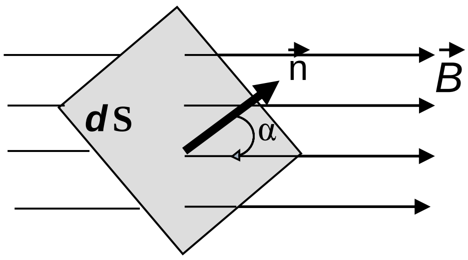

Рисунок 4.14

$$d\Phi = BdScos\alpha = (\vec{B}\, d\vec{S}\,). \qquad (4.31)$$

Знак магнитного потока зависит от выбора направления положительной нормали к площадке. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали обычно принимают направление внешней нормали.

В общем случае (произвольное магнитное поле, произвольная поверхность)  поток через площадь $S$  определится выражением:

$$\Phi = \int \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \int BdScos\alpha \qquad (4.32)$$

В СИ единицей магнитного потока является 1 вебер (Вб).  1Вб = 1Тл·1 м$^2$.

Так как силовые линии  магнитного поля прочерчиваются с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярной к ним, было равно (или пропорционально)  индукции магнитного поля в данном месте, то **графически магнитный поток через**

**площадь S представляет собой число силовых линий, пронизывающих эту площадь.**

Магнитные силовые линии представляют собой замкнутые кривые, поэтому магнитный поток через замкнутую поверхность равен нулю (линии выходящие из области считаем положительными, входящие– отрицательными).

$$\int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS = 0 \qquad (4.33)$$

Это соотношение называется теоремой Гаусса для магнитного поля.

Если $N$ контуров находятся в магнитном поле, то полный магнитный поток, пронизывающий все контуры, называется потокосцеплением $\Psi$:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i$$

Для $N$ одинаковых контуров, как в случае соленоида, потокосцепление равно:

$$\Psi = N\Phi.$$

## 7.10 Работа силы Ампера.

Рассмотрим проводник длиной $l$ с током $I$, помещенный в однородное внешнее магнитное поле с индукцией $B$, перпендикулярной плоскости контура и направленной за плоскость чертежа. Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение – по закону Ампера, равна:

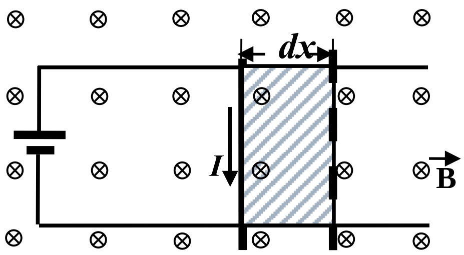


Рисунок 4.15

$$F = IBl.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок $dx$ ( рис. 4.15). Работа, совершаемая магнитным полем, равна:

$$\delta A = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

так как $ldx = dS$ – площадь, пересекаемая проводником при его движении в магнитном поле, $BdS=d\Phi$ – поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом:

$$\delta A = I\, d\Phi \qquad (4.34)$$

т.е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, **пересеченный** движущимся проводником. Если проводник перемещается на какое-либо конечное расстояние $\Delta x$, то совершаемая работа равна:

$$A = I\,\Delta\Phi \qquad (4.35)$$

Следует отметить, что формула (4.35) справедлива для любых проводников с током, движущихся под действием силы Ампера в произвольном магнитном поле.

Можно показать, что, если *замкнутый контур с током* перемещается в неоднородном магнитном поле, то совершаемая при этом работа равна:

$$\delta A = I\,d\Phi$$

$$A = I\,\Delta\Phi \qquad (4.36)$$

Формулы (4.36) по внешнему виду совпадают с формулами (4.34) и (4.35), однако, в отличие от них, $d\Phi$ и $\Delta\Phi$ в формулах (4.36) выражают **изменение** магнитного потока, пронизывающего контур с током.